

ALGJEBRA

Drejtimi: Shkencë kompjuterike Detyra për ushtrime të pavarura - Pjesa e dytë

0.1 Në bashkësinë $M = \{1, 2, 3, -1, -2, -3\}$ është dhënë relacioni ρ :

$$x\rho y \iff x^2 = y^2, \text{ për çdo } x, y \in M.$$

Tregoni se ρ është relacion ekuivalence në M dhe formoni faktor bashkësinë M/ρ .

0.2 Në bashkësinë $M = \{1, 2, 3\}$ është dhënë relacioni:

$$\rho = \{(2, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}.$$

Tregoni se ρ është renditje e pjesshme në M .

0.3 Në bashkësinë $\mathbb{Z}_7 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (sistemi i mbetjeve sipas modulit 7) është dhënë relacioni binar ρ

$$x\rho y \iff x^2 + x = y^2 + y, \text{ për çdo } x, y \in \mathbb{Z}_7.$$

Tregoni se ρ është ekuivalencë në \mathbb{Z}_7 dhe caktoni klasët e ekuivalencës.

0.4 Le të jetë $n = 3, 4, 5$. Tregoni se relacioni \equiv sipas modulit n është ekuivalencë në bashkësinë e numrave të plotë. Caktoni klasët e ekuivalencës dhe faktor bashkësitë.

0.5 Në bashkësinë \mathbb{N}^2 janë dhënë relacionet Q, R me:

$$((a, b), (c, d)) \in Q \iff a + d = b + c$$

$$((a, b), (c, d)) \in R \iff [(ad = bc \text{ dhe } b \neq 0, d \neq 0) \text{ ose } (a = c, b = 0, d = 0)].$$

Tregoni se Q, R janë ekuivalenca.

0.6 Le të jetë S rrafshi xy , pra $S = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$. Për dy pika (x_1, x_2) dhe (x_2, y_2) do të përkufizojmë relacionin ρ përmes:

$$(x_1, y_1)\rho(x_2, y_2) \iff y_2 - y_1 = 3(x_2 - x_1).$$

Tregoni se ρ paraqet relacion ekuivalence në S . Të paraqiten tre elemente nga S që janë ekuivalente me $(2, 1)$.

0.7 Le të jetë \mathcal{F} familja e të gjitha bashkësive. Tregoni se relacioni

$$A = B \iff (A \subseteq B) \text{ dhe } (B \subseteq A)$$

është relacion ekuivalence në \mathcal{F} .

0.8 Le të jetë S rrafshi xy , pra $S = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$. Për dy pika (x_1, x_2) dhe (x_2, y_2) do të përkufizojmë relacionin \equiv përmes:

$$(x_1, y_1) \equiv (x_2, y_2) \iff x_1 = x_2 \text{ ose } y_1 = y_2$$

A paraqet \equiv relacion ekuivalence në S ?

0.9 Për numrat e plotë m, n përkufizojmë relacionin

$$m\rho n \iff |m - n| \neq 1.$$

A është ρ relacion ekuivalence në \mathbb{Z} ?

0.10 Për numrat e plotë m, n përkufizojmë relacionin

$$m\rho n \iff mn > 2.$$

A është ρ relacion ekuivalence në \mathbb{Z} ?

0.11 Le të jetë \mathcal{F} familja e të gjitha nënbashkësive jo boshe. Për dy bashkësi $A, B \in \mathcal{F}$ përkufizojmë relacionin \equiv përmes

$$A \equiv B \iff A \cap B \neq \emptyset$$

A është \equiv relacion ekuivalence në \mathcal{F} ?

0.12 Tregoni se relacioni ρ në bashkësinë $A = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ i dhënë me:

$$\rho = \{(x, y) \mid xy > 0\}$$

është relacion ekuivalence në A , kurse relacioni ρ_1 i dhënë me:

$$\rho_1 = \{(x, y) \mid xy < 0\}$$

është vetëm simetrik.

0.13 Tregoni se relacioni

$$\rho = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid xy \geq 0\}$$

nuk është relacion ekuivalence në \mathbf{R} .