

STRUKTURAT ALGJEBRIKE DETYRA PER USHTRIME

1. Numrat e plotë 5 dhe 15 janë nga bashkësia e 12 numrave të plotë që formojnë grup në lidhje me shumëzimin sipas modulit 56. Të caktohen edhe numrat e tjerë.
2. Supozojmë se në tabelën vijuese është dhënë grupi. Plotësoni tabelën.

	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>e</i>	<i>e</i>				
<i>a</i>		<i>b</i>			<i>e</i>
<i>b</i>		<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	
<i>c</i>		<i>d</i>		<i>a</i>	<i>b</i>
<i>d</i>					

3. Tregoni se nëse G është një grup me vetinë që katrori i cdo elementi është elementi njësh, atëherë G është abelian.
4. Supozojmë se G është grup i përkufizuar përmes tabelës vijuese të Cayley-it

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	2	1	8	7	6	5	4	3
3	3	4	5	6	7	8	1	2
4	4	3	2	1	8	7	6	5
5	5	6	7	8	1	2	3	4
6	6	5	4	3	2	1	8	7
7	7	8	1	2	3	4	5	6
8	8	7	6	5	4	3	2	1

- a) Të caktohet centralizatori i secilit element të grupit G .
 - b) Të gjendet $Z(G)$.
 - c) Të gjendet rendi i secilit element të grupit G .
5. A është qendra e një grupi grup abelian?
 6. Supozojmë se grupi përmban dy elemente a, b të tillë që $|a|=4$, $|b|=2$ dhe $a^3b = ba$. Të gjendet $|ab|$.

7. Le të jetë x element i grupit dhe $|x|=6$. Të caktohet $|x^2|, |x^3|, |x^4|$ dhe $|x^5|$. Le të jetë y një element i grupit dhe le të jetë $|y|=9$. Të gjendet $|y^i|$ për $i=2,3,\dots,8$. Në bazë të këtij shembulli a mund të konkludojmë për ndonjë relacion në mes të rendit të fuqisë së elementit dhe rendit të elementit?
8. Le të jetë H nëngrup i grupit të fundëm G . Supozojmë se g i takon G dhe n është numri më i vogël i plotë pozitiv i tillë që $g^n \in H$. Tregoni se n e pjesëton $|g|$.
9. Le të jetë R^* grupi i numrave realë jozero në lidhje me shumëzimin dhe le të jetë $H = \{x \in R \mid x^2 \text{ të jetë numër racional}\}$. Tregoni se H është nëngrup i R^* . A mund të ndërrohet eksponenti 2 me ndonjë numër tjetër natyrorë dhe që H sërish të jetë nëngrup?
10. Le të jetë $H = \{a+bi \mid a, b \in R, ab \geq 0\}$. Vërtetoni ose mohoni: H është nëngrup i C (bashkësia e numrave kompleks) në lidhje me mbledhjen.
11. Le të jetë $G = GL(2, R)$.
- Njehsoni $C \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)$.
 - Njehsoni $C \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)$.
 - Caktoni $Z(G)$.