

ELEMENTET E ALGJEBRES II

1. VEPRIMET BINARE

1. Në cilin nga rastet vijuese është dhënë veprimi binar:

a) $\alpha : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}; (n_1, n_2) \mapsto n_1 + 2n_2$

b) $\alpha : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}; (n_1, n_2) \mapsto n_1^2 - 2n_1n_2 + n_2^2$

c) $\alpha : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}; (n_1, n_2) \mapsto (n_1 - n_2)^2 + 1$

d) $\alpha : \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}; (n_1, n_2) \mapsto \frac{n_1}{n_2}$

e) $\alpha : \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}; (n_1, n_2) \mapsto \frac{n_1}{n_2} + \frac{1}{n_2}, n_2 \neq 0$

f) $\alpha : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}; (z_1, z_2) \mapsto \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}, z_1, z_2 \neq 0$

g) $\alpha : \mathbb{C} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}; (z_1, z_2) \mapsto \frac{z_1}{z_2} + i \frac{z_2}{z_1}, i = \sqrt{-1}, z_1 \cdot z_2 \neq 0$

h) $\alpha : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]; (n_1, n_2) \mapsto n_1^2 + n_2^2 - n_1 - n_2.$

2. Në bashkësinë e numrave realë është dhënë veprimi binar \circ përmes

$$x \circ y = x + y + [x + y]$$

a) Njehsoni $1.7 \circ 3.5; (1.7 \circ 2.7) \circ 2.1.$

b) A është veprimi \circ komutativ?

c) A është veprimi \circ asociativ?

d) Të zgjidhet ekuacioni $2.5 \circ y = 3.7.$

3. Le të jenë \circ dhe $*$ veprime binare në \mathbb{R} të përkufizuara me:

$$x \circ y = x - y + xy$$

$$x * y = x + y - xy$$

a) A janë veprimet $\circ, *$ komutative?

b) A janë veprimet $\circ, *$ asociative?

4. Në \mathbb{N}^2 është dhënë veprimi binar \circ si vijon:

$$(a_1, a_2) \circ (b_1, b_2) = (a_1 b_1, a_2 b_2)$$

a) A është veprimi komutativ?

b) A është veprimi asociativ?

5. Në \mathbb{Q}^+ është dhënë veprimi binar \circ në këtë mënyrë

$$\frac{a}{b} \circ \frac{b}{d} = \frac{a+c+ac}{b+d+bd}.$$

- a) A është veprimi komutativ?
- b) A është veprimi asociativ?

6. Në \mathbb{Q}^+ është përkufizuar veprimi binar \circ në këtë mënyrë

$$\frac{a}{b} \circ \frac{b}{d} = \frac{a+c}{b+d}.$$

- a) A është veprimi komutativ?
- b) A është veprimi asociativ?

7. Në bashkësinë $S = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{Z}\}$ janë dhënë veprimet

- i) $(a,b) \circ (c,d) = (ac, bc+d)$
- ii) $(a,b) \circ (c,d) = (ac-bd, ad+bc)$
- iii) $(a,b) \circ (c,d) = (b+d, a+c+ac)$
- iv) $(a,b) \circ (c,d) = (a,0)$

- a) Shqyrtoni ligjin komutativ
- b) Shqyrtoni ligjin asociativ.

8. Në \mathbb{Q} është përkufizuar veprimi binar \circ si vijon:

i) $a \circ b = \frac{a+b+3ab}{2}$

ii) $a \circ b = \frac{a+b}{4}.$

- a) Shqyrtoni ligjin komutativ
- b) Shqyrtoni ligjin asociativ.